PLAN DOCENTE DE ASIGNATURA

	CÓDIGO	NOMBRE
Asignatura	207009	VARIABLE COMPLEJA
Titulación	0207	LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
Departamento	C101	MATEMATICAS
Curso	3	
Duración (A: Anual, 1Q/2Q)	2Q	
Créditos ECTS	5,4	

Créditos Teóricos	4	**Créditos Prácticos**	2	**Tipo**	Troncal

Profesores	José Ramírez Labrador
Objetivos	El cuerpo de los números complejos C es un supercuerpo de los reales que es conmutativo, cerrado algebraicamente y completo. Las funciones definidas en subconjuntos de R con valores reales se extienden de forma natural a funciones definidas en subconjuntos de C con valores en C. Por ejemplo, si una función real tiene un desarrollo de Taylor en un punto a con radio de convergencia r>0, la serie de Taylor correspondiente, considerando x como variable compleja, converge en el disco B(a,r) del plano a una función infinitamente diferenciable. De esta forma el análisis real se extiende de forma natural al estudio de las funciones definidas de un subconjunto de C con valores

en C.
    Por otra parte el plano complejo es equivalente como espacio vectorial a
R^2 y la distancia inducida entre los números complejos por el módulo equivale
a la distancia euclidea en el plano por lo que es conveniente un conocimiento
previo de Análisis de una y varias variables reales, Topología y Espacios
Métricos .
    El primer resultado importante es la equivalencia de diferenciabilidad en
el sentido de C con la diferenciabilidad en el sentido de R^2 más unas
condiciones adicionales: las condiciones de Cauchy-Riemann. La consecuencia es
importante: no todas las funciones diferenciables en el sentido de R^2 son
diferenciables en el sentido de C.
    De hecho se probará un resultado sorprendente: el T de Cauchy - Goursat es
decir una funcion de variable compleja con valores complejos es holomorfa
(=diferenciable en el sentido de C) si y solo si es analítica (= infinitamente
diferenciable y con serie de Taylor convergente). En el transcurso de este
estudio se probará una representación integral de las funciones holomorfas (la
fórmula integral de Cauchy) por lo que utilizarán integrales a lo largo de
curvas lo que hace necesario un conocimiento previo de integración (basta con
la integral de Riemann) y de integración a lo largo de curvas en R^2.
    Las series de potencias reales se extienden al caso complejo de forma
sencilla, lo que permite explicar, por ejemplo, que 1/(1+x^2) sea infinitamente diferenciable en R pero su desarrollo en serie de potencias en el
origen sólo tiene radio =1. A partir de la representación integral de las

	funciones y de su generalización para las derivadas se demuestra que la serie de Taylor de una función holomorfa converge uniformemente en los compactos del disco de convergencia a la función. A partir de aquí se deduce el principio de identidad: si dos funciones holomorfas en A región (=abierto conexo) coinciden en una sucesión de puntos con límite en A entonces son idénticas en A. Se generaliza la serie de Taylor a la serie de Laurent lo que permite estudiar las singularidades aisladas de las funciones analíticas. Se estudia el T de los residuos que permite relacionar el valor de la integral de una función con el comportamiento de las singularidades del integrando y se estudian diversos teoremas muy interesantes sobre funciones analíticas: el principio del módulo máximo, el principio del argumento, el lema de Schwarz, el T de aplicación local, ... Aunque se estudiará con más profundidad en la asignatura Ampliación de Variable Compleja, se introduce la necesidad de manejar adecuadamente las funciones multiformes: logaritmo, raíces, detectar los puntos de ramificación, entender que al prolongar a lo largo de una circunferencia podemos cambiar de rama, la necesidad de elegir una rama concreta, la imposibilidad de definir de forma continua el logaritmo o la raíz en el plano excepto el origen y como esto está relacionado con los T conocidos de la función inversa o función implícita. El estudio de las funciones definidas en regiones de C (cuerpo de los números complejos) con valores en C es muy interesante funciones Como

	estructura matemática abstracta, los espacios métricos constituyen el fundamento indispensable para un estudio serio y riguroso del Análisis Matemático y puede presentarse en forma de una hermosa teoría acabada, muy asequible a la intuición geométrica y poco propensa a presentar fenómenos patológicos. El esquema que predomina es definición-teorema-demostración, con abundantes ejercicios y ejemplos. Se procurará relacionar los conceptos con otros de análisis real. Esperamos ser capaces de transmitir la belleza de las propiedades de las funciones analíticas, que aunque pocas en número, están en la base de las aplicaciones matemáticas: física, ciencias experimentales, modelos matemáticos, ecuaciones diferenciales, ... y cómo muchas particularidades del análisis real se entienden mejor desde los complejos. Pretendemos que el alumno sea capaz de utilizar programas de cálculo simbólico para realizar cálculos con funciones de variable compleja y entender su comportamiento (transformaciones conformes).
Programa	-El cuerpo de los números complejos, topología, el plano ampliado. Funciones de variable compleja, continuidad y derivabilidad. Funciones holomorfas, Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Aplicaciones conformes. Funciones elementales. -Integración, homotopía. Diversas formulaciones del teorema de Cauchy-Goursat. Formula integral de Cauchy, teorema de Liouville, teorema de Morera, principio del módulo máximo, lema de Schwarz. -Sucesiones y series de funciones complejas, series de potencias, funciones

	analíticas. Serie de Taylor, principio de identidad, principio de simetría. Singularidades aisladas, serie de Laurent. Teorema de los residuos, principio del argumento, teorema de Rouche, aplicaciones.
Metodología	Explicación de la teoría. Resolución de problemas por parte del profesor. Resolución de problemas por parte del alumno. Prácticas con el programa Mathematica para realizar cálculos con funciones de variable compleja (aprox medio crédito)
Criterios y sistemas de evaluación	El elemento básico de la evaluación es el Examen de la asignatura en la convocatoria oficial establecida por el Decanato de la Facultad. Consiste en una prueba escrita con una duración de hasta 4 horas y en la que el alumno deberá responder a dos tipos de contenidos: el primero se refiere a cuestiones teóricas, sobre conceptos y cuestiones básicas directamente deducibles de los mismos en las que se evaluará el conocimiento del alumno sobre enunciados y su nivel de comprensión; el segundo se refiere a la resolución de problemas en el que se evaluará la capacidad del alumno para enfrentarse a situaciones ya conocidas (problemas propuestos en clase) y a otras situaciones nuevas. Habitualmente, consta de tres preguntas divididas en apartados.
Recursos bibliográficos	Bibliografía básica Ahlfors L.V. Complex Analysis 3ª ed, McGraw-Hill 1979 Marsden J.E. Hoffman M.J. Basic Complex Analysis 2ª ed, Freeman 1987 Markushevich A.I. Teoría de las funciones analíticas. Mir 1970

	Bibliografía complementaria Hille E. Analitic function theory, Chelsea 1977 Lang S. Complex Analysis 3ª ed, Springer Verlag 1993 Needham T. Visual complex analysis, Oxford Univ. Press 1997 Volkovyski L. Lunts G. Aramanovich I. Problemas sobre la teoría de variable compleja, Mir 1972