

TEMARIO TEÓRICO: ÁLGEBRA LINEAL

1. Espacios vectoriales

Definición de espacio vectorial.- Ejemplos de espacios vectoriales.- Propiedades de los espacios vectoriales.- Producto cartesiano de espacios vectoriales.- Subespacio vectorial. Teorema de caracterización de subespacios vectoriales.- Subespacios vectoriales propios.- Ejemplos.- Dependencia lineal.- Propiedades.- Subespacio engendrado por una familia cualquiera de vectores.- Sistemas equivalentes de vectores.- Sistema de vectores linealmente dependientes e independientes.- Propiedades de los sistemas libres y ligados.

2. Espacios vectoriales de tipo finito

Sistema generador.- Espacio vectorial de tipo finito.- Base de un espacio vectorial.- Existencia de bases para un espacio de tipo finito.- Coordenadas y componentes de un vector. Unicidad.- Teorema de la base.- Dimensión de un espacio vectorial.- Dimensión de un subespacio.- Teorema de la base incompleta.- Rango de un conjunto de vectores.- Cálculo del rango de un sistema de vectores.- Cambio de base en un espacio vectorial.

3. Subespacios vectoriales. Operaciones con subespacios Definición de subespacio vectorial Caracterización.- Intersección de subespacios.- Unión de subespacios.- Suma de subespacios vectoriales.- Propiedades de la suma e intersección de subespacios.- Suma directa. Caracterización de suma directa.- Subespacios suplementarios.- Fórmula de las dimensiones.- Espacio vectorial cociente.- Ecuaciones de un subespacio.

4. Aplicaciones lineales

Definición y Propiedades.- Núcleo e imagen de una aplicación lineal.- Aplicaciones lineales inyectivas. Caracterización.- Aplicaciones lineales sobreyectivas. Caracterización.- Isomorfismos. Propiedad.- Imágenes de partes de V.- Operaciones lineales con aplicaciones lineales.- Composición de dos aplicaciones lineales. Propiedades.- Anillo de los endomorfismos de un espacio vectorial.- Grupo lineal de un espacio vectorial.- Factorización canónica de una aplicación lineal. Primer teorema de isomorfía.

5. Aplicaciones lineales entre espacios vectoriales de tipo finito. Matrices

Teorema fundamental de las aplicaciones lineales.- Rango de una aplicación lineal.- Espacios vectoriales isomorfos.- Ecuaciones de una aplicación lineal.- Matriz de una aplicación lineal. Igualdad de matrices.- Espacio vectorial de matrices.- Producto de matrices.- Anillo de matrices.- Matriz de un isomorfismo. Inversa de una matriz cuadrada.- Isomorfismos de aplicaciones lineales y matrices.- Ecuación matricial de una aplicación lineal.

6. Matrices. Rango



Definiciones diversas.- Transposición de matrices. Propiedades.- Submatrices.
Matrices particionadas. Operaciones con matrices particionadas.-
Matrices y cambio de base en un espacio vectorial.- Matrices equivalentes y matrices semejantes.- Rango de una matriz: Rango fila y rango columna de una matriz. Teorema del rango.- Operaciones elementales sobre una matriz.
Matrices elementales.- Caracterización de las matrices de rango r.
Forma canónica de una matriz.- Método de Gauss-Jordan para el cálculo del rango de una matriz.- Método de Gauss-Jordan para el cálculo de la inversa de una matriz.

7. Dualidad en espacios vectoriales

Espacio dual.- Forma bilineal canónica definida sobre $V \times V^*$.- Homomorfismo canónico de un espacio en su bidual.- Formas coordenadas. Base dual.- Isomorfismo de V y V^{**} .- Elementos ortogonales.- Subespacio ortogonal.- Relación entre las dimensiones de subespacios ortogonales.-
Transpuesta de una aplicación lineal.- Transposición y ortogonalidad.

8. Formas multilineales. Determinantes

Grupo de las permutaciones en un conjunto E. Definición de forma multilineal.- Espacio vectorial $L_n(V, K)$.- Formas n-lineales simétricas, antisimétricas y alternadas.- Determinante de n vectores.- Determinante de una matriz cuadrada.- Propiedades.- Determinante del producto de matrices.-
Determinantes y matriz inversas.- Cálculo de determinantes.- Aplicaciones de los determinantes.

9. Sistemas de ecuaciones lineales

Definición y notaciones.- Sistemas compatibles e incompatibles.- Rango de un sistema.- Teorema de Cramer.- Teorema de Rouché-Fröbenius.-
Conjunto solución de un sistema compatible.- Método de Gauss.- Sistemas homogéneos.- Ecuaciones de subespacios vectoriales.

10. Espacio vectorial euclídeo

Producto escalar.- Propiedades.- Espacios vectoriales euclídeos de dimensión finita.- Bases ortogonales.- Proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt.- Caracterización de la matriz de un producto escalar.- Subespacios ortogonales.- Matrices ortogonales.- Transformaciones ortogonales.

11. Valores y vectores propios. Diagonalización.

Vector y valor propio de un endomorfismo.- Propiedades de los valores y de los vectores propios de un endomorfismo.- Autovalores y autovectores de una matriz cuadrada.- Polinomio característico.- Cálculo de los valores y vectores propios.- Multiplicidades algebraica y geométrica de un autovalor. Propiedad. Definición de endomorfismo diagonalizable.- Definición de matriz diagonalizable.- Condición necesaria y suficiente de

Código Seguro de verificación: KCgqApcX7ekfd4VQcZ/gQA==. Permite la verificación de la integridad de una copia de este documento electrónico en la dirección: <https://verificarfirma.uca.es>
Este documento incorpora firma electrónica reconocida de acuerdo a la Ley 59/2003, de 19 de diciembre, de firma electrónica.

FIRMADO POR	MARIA DEL CARMEN JAREÑO CEPILLO	FECHA	13/06/2017
ID. FIRMA	angus.uca.es	PÁGINA	2/4



diagonalización.- Condición suficiente de diagonalización. Diagonalización ortogonal: definición de endomorfismo simétrico, autovalores y autovectores de un endomorfismo simétrico real. Teorema espectral.- Diagonalización ortogonal de un endomorfismo simétrico.- Potencia n-ésima de una matriz. Ecuaciones en diferencias. Teorema de Cayley-Hamilton.

12. Forma de Jordan de una matriz

Subespacio invariante.- Diagonalización en bloques.- Endomorfismos y matrices triangularizables.- Diagonalización en bloques triangulares.- Matrices y bloques de Jordan.- Forma de Jordan de un endomorfismo con un solo valor propio de multiplicidad igual a la dimensión del espacio.- Forma de Jordan (caso de autovalores distintos) .- Tamaño de los bloques de Jordan.- Matriz de paso a la forma de Jordan: subespacios propios generalizados, matriz de paso a la forma de Jordan.- Búsqueda de la matriz de paso a la forma de Jordan.- Exponencial de una matriz.

13. Formas cuadráticas definidas en un espacio vectorial

Definición.- Ejemplos.- Espacio vectorial de las formas cuadráticas.- Forma cuadrática asociada a una forma bilineal simétrica.- Matriz de una forma cuadrática definida en un espacio vectorial de dimensión finita.- Rango de una forma cuadrática.- Conjugación respecto de una forma cuadrática: vectores conjugados, subespacio conjugado de un vector.- Formas cuadráticas ordinarias y degeneradas. Núcleo Existencia de bases de vectores conjugados.- Diagonalización de una forma cuadrática.- Diagonalización por congruencia.- Formas cuadráticas reales.- Definición.- Forma polar.- Matriz de una forma cuadrática definida en un espacio real de dimensión finita.- Ecuación de la forma cuadrática.- Rango.- Núcleo.- Subespacio conjugado.- Diagonalización por conjugación.- Diagonalización por operaciones elementales.- Diagonalización de Jacobi.- Clasificación de formas cuadráticas.- Ley de inercia de Sylvester. Signatura.- Clasificación por menores principales.

Campus Universitario de Puerto Real. Polígono Río San Pedro s/n. 11510. Puerto Real (Cádiz). Spain. Tel: 34.956.016300 . Fax: 34.956.016288

Código Seguro de verificación: KCggApcX7ekfd4VQcZ/gQA==. Permite la verificación de la integridad de una copia de este documento electrónico en la dirección: <https://verificarfirma.uca.es>
Este documento incorpora firma electrónica reconocida de acuerdo a la Ley 59/2003, de 19 de diciembre, de firma electrónica.

FIRMADO POR	MARIA DEL CARMEN JAREÑO CEPILLO	FECHA	13/06/2017
ID. FIRMA	angus.uca.es	PÁGINA	3/4



BIBLIOGRAFÍA: ÁLGEBRA LINEAL

- Álgebra lineal. Juan de Burgos. Editorial McGraw-Hill, 1993.
- Álgebra lineal con aplicaciones. Stanley I. Grossman. Editorial MacGraw-Hill, 1992.
- Álgebra básica. Michel Queysanne. Editorial Vicens-Vives, 1985.
- Álgebra lineal. Jesús Rojo. Editorial AC, 1986.
- Álgebra. Armando O. Rojo. Editorial El Ateneo 1978.
- Álgebra lineal y sus aplicaciones. Gilbert Strang. Editorial Addison-Wesley, 1986.
- Problemas de Álgebra con esquemas teóricos. A. De La Villa. 1994.

Campus Universitario de Puerto Real. Polígono Río San Pedro s/n.11510. Puerto Real (Cádiz). Spain. Teli: 34.956.016300 . Fax: 34.956.016288

Código Seguro de verificación:KCgqApcX7ekfd4VQcZ/gQA==. Permite la verificación de la integridad de una copia de este documento electrónico en la dirección: <https://verificarfirma.uca.es>
Este documento incorpora firma electrónica reconocida de acuerdo a la Ley 59/2003, de 19 de diciembre, de firma electrónica.

FIRMADO POR	MARIA DEL CARMEN JAREÑO CEPILLO	FECHA	13/06/2017
ID. FIRMA	angus.uca.es	PÁGINA	4/4

